Les deux parties sont indépendantes

Partie A :
Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on pose

$$S_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2$$

Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel $n \geqslant 1$:

$$S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Partie B :
f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 1.$$

On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f.

1. (a) Donner une équation de la tangente T à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 2.
   (b) Conjecturer, en traçant $\mathscr{C}$ et T à la calculatrice, la position relative de $\mathscr{C}$ et de T.
2. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = f(x) - (4x - 7)$$

   .
   (a) Déterminer la fonction dérivée g'de g.
   (b) Pour tout nombre réel, déterminer le signe de $g'(x)$.
   (c) Dresser, en justifiant, le tableau de variation de g.
3. (a) Calculer $g(-2)$. Déterminer, pour tout nombre réel x, le signe de $g(x)$.
   (b) En déduire alors la position relative de $\mathscr{C}$ et de T.

Objectifs :

— Revoir le principe de récurrence : rédaction parfaite!!!

— Revoir les applications de la dérivation : tangente, position relative,...

— Pour le DS1 : réviser les suites géométriques + suites arithémtico-géométriques